# Devoir surveillé — Fonctions — Vecteurs

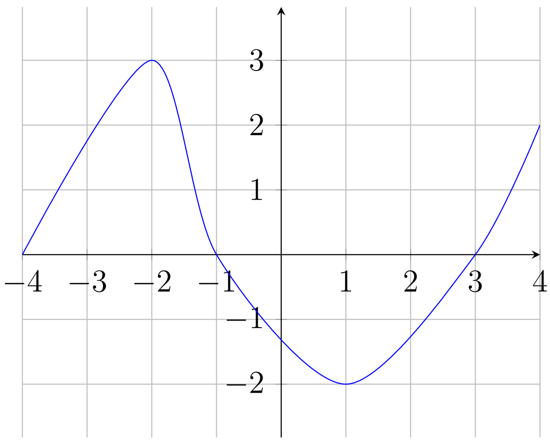
**Exercice 1** (Fonctions — 5 points)**.** Dans chacun des cas suivants, préciser l'ensemble de définition de la fonction, puis dresser son tableau de variation en utilisant les propriétés des fonctions associées.

$$\text{(a) } f : x \mapsto \frac{1-2x^2}{3}\,; \qquad \text{(b) } g : x \mapsto \sqrt{-x+7}.$$

**Exercice 2** (Fonctions — 5 points)**.** Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $[-4;4]$ dont la courbe $\mathcal{C}$ est représentée sur le graphique ci-contre.

(a) Dresser le tableau de variations de $f$.

(b) Déterminer l'ensemble de définition de $\frac{1}{f}$, puis dresser son tableau de variations.



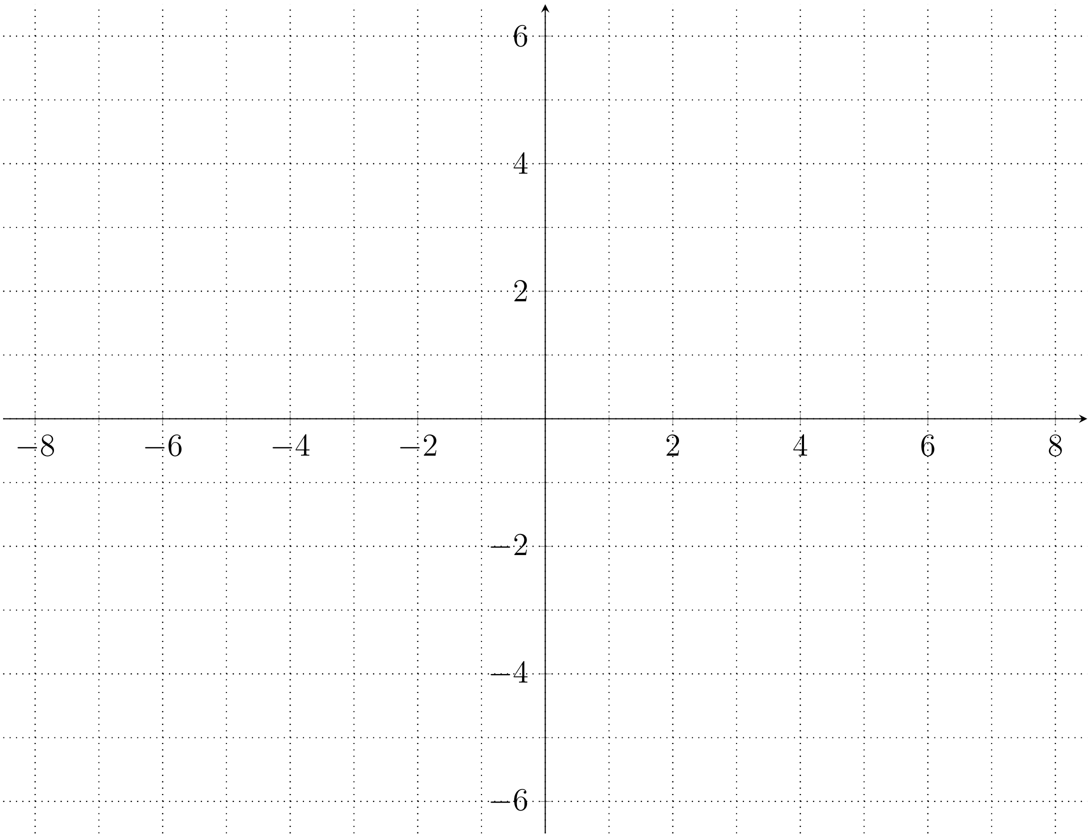

**Exercice 3** (Vecteurs — 5 points)**.** Soit $ABC$ un triangle. On difinit les points $M$, $N$ et $P$ par : $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{CN} = 0$ et $\overrightarrow{PC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

(a) À l'aide de la relation de Chasles, exprimer le vecteur $\overrightarrow{AN}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AC}$, puis faire une figure.

(b) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

(c) En déduire que les points $M$, $N$ et $P$ sont alignés.

**Exercice 4** (Droites — 5 points)**.** Le plan est rapporté au repère orthonormé ci-dessous.




(a) Tracer la droite $d$ d'équation $y = \frac{2}{3}x + 2$.
Préciser son coefficient directeur et donner un de ses vecteurs directeurs.

(b) Vérifier que les points $A(3;4)$ et $B(-3;0)$ sont des points de $d$.

(c) Construire la droite $\Delta$ passant par le point $D(2;-1)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{v}(-6,-4)$.
Déterminer une équation cartésienne de $\Delta$.

(d) Démontrer que les droites $d$ et $\Delta$ sont parallèles.

**Exercice 5** (Bonus — 2 points)**.** Soit $h$ la fonction homographique définie par $h : x \mapsto \frac{1}{x-\alpha}$, définie pour tout réel $x$ différent de $\alpha$. On considère quatre réels $a$, $b$, $c$, $d$, tels que : $a$ et $b$ sont inférieurs à $\alpha$ ; $c$ et $d$ sont supérieurs à $\alpha$. On considère $A$, $B$, $C$, $D$ les points de la courbe de $h$ d'abscisses respectives $a$, $b$, $c$ et $d$.
Le quadrilatère $ABCD$ peut-il être un parallélogramme ?
*Indice : Commencer par prendre une valeur particulière pour $\alpha$, puis étendre ensuite le résultat à un $\alpha$ quelconque.*