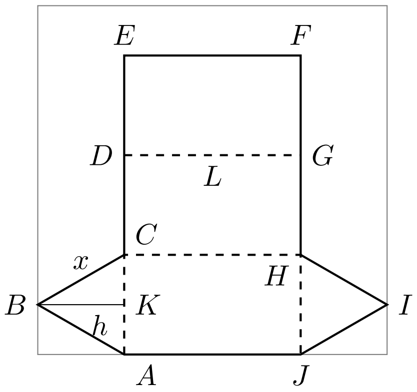
Devoir à la maison — Pour le mardi 4 février

Analyse

Exercice 1 (Optimisation)**.** Un fabricant de chocolat souhaite fabriquer une boîte en forme de prisme droit à base triangulaire. Étant donné les contraintes de constructions, il souhaite construire la plus grosse (en volume) boîte possible.



Le patron est construit dans un carton carré de côté 21 cm. Les triangles ABC et HIJ sont équilatéraux ; les longueurs AC, CD et ED sont égales à BC ; les quadrilatères $ACHJ$, $CHGD$ et $DGFE$ sont des rectangles.

On appelle x la longueur BC, L la longueur DG, et h la longueur BK, hauteur du triangle ABC.

Les pointillés marquent les traits de pliure.

1. Calculs préliminaires
   (a) Montrer que $h = \frac{\sqrt{3}}{2}x$.
   (b) Exprimer la longueur L en fonction de x.
2. Quelles valeurs peut prendre x ?
3. Étude de la fonction volume
   (a) Montrer que le volume V de la boîte peut s'exprimer par la formule $V(x) = -\frac{3}{4}x^3 + \frac{21\sqrt{3}}{4}x^2$.
   (b) Montre que la fonction V est dérivable, et calculer sa dérivée.
   (c) Résoudre $V'(x) \geqslant 0$.
   (d) Dresser le tableau de variation de V.
4. Conclure : Quelle valeur doit prendre x pour que la boîte ait le plus gros volume ?

Tournez la page.

Exercice 2 (Trinômes)**.** Grande découverte ! Ce que vous avez appris dans le chapitre sur les trinôme est faux ! En effet, j'ai trouvé un trinôme qui a trois racines distinctes.

Étant donnés a, b et c trois réels distincts deux à deux, on considère le polynôme $P : x \mapsto \dfrac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + \dfrac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \dfrac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} - 1$

C'est une somme de trois polynômes du second degré donc c'est un polynôme de degré 2.

$P(a) = 0 + \dfrac{(a-b)(a-c)}{(a-b)(a-c)} + 0 - 1 = 1 - 1 = 0$ donc a est une racine de P.

$P(b) = 0 + 0 + \dfrac{(b-a)(b-c)}{(b-a)(b-c)} - 1 = 1 - 1 = 0$ donc b est une racine de P.

$P(c) = \dfrac{(c-a)(c-b)}{(c-a)(c-b)} + 0 + 0 - 1 = 1 - 1 = 0$ donc c est une racine de P.

P est donc un polynôme du deuxième degré qui a trois racines distinctes a, b et c. Discutez ma découverte.